ルベーグ流測度論と積分論 (初版第 1 刷) 正誤表

- p.4 $\uparrow \ell$.10: Eulcid $\to$ Euclid
- p.17 $\uparrow \ell$.9: $\lambda^* \to \mu^*$
- p.41 $\uparrow \ell\ell$.4, 7, 11, 12: Zermero $\to$ Zermelo
- p.42 $\uparrow \ell$.8: Zermero $\to$ Zermelo
- p.57 ℓ.5: 写像の逆像 $\to$ 写像による集合の逆像
- p.57 ℓ.5: $f^{-1} = \{\cdots \to f^{-1}(A) = \{\cdots$
- p.59 ℓ.3: $g : X \to Y \to g : Y \to Z$
- p.69 ℓ.9: $\mu(\{\varphi < \infty\}) \to \mu(\{\varphi = \infty\})$
- p.76 ℓ.8: $d\lambda \to dt$
- p.79 $\uparrow \ell$.5: $X = \bar{\mathbb{R}} \to X \to \bar{\mathbb{R}}$
- p.84 $\uparrow \ell$.10: $\displaystyle\int_X \varphi\, d\mu \to \int_X \liminf_{n\to\infty} \varphi_n d\mu$
- p.84 $\uparrow \ell$.6, 9: $\geqq \to \leqq$ (3ケ所)
- p.86 ℓ.3, 4: $\displaystyle\liminf_{n\to\infty} \to -\liminf_{n\to\infty}$ (2ケ所)
- p.93 ℓ.6: x_j とする。 $\to$ x_j とする。但し、$n = 2^k$ とする。
- p.100 $\uparrow \ell$.9: 右辺 $\to$ 左辺
- p.105 ℓ.7: $\mu\{x \in X \mid \varphi(x) \neq \psi(x)\} \to \mu(\{x \in X \mid \varphi(x) \neq \psi(x)\})$
- p.105 $\uparrow \ell$.2: $E_{\varphi\phi} = \to E_{\varphi\omega} =$
- p.105 $\uparrow \ell$.1: $x \in E_{\varphi\omega} \cap \setminus E^c_{\varphi\psi} \to x \in E_{\varphi\omega} \cap E^c_{\varphi\psi}$
- p.106 ℓ.6: $\alpha\psi \to \alpha\varphi$
- p.106 ℓ.9: $\alpha[\psi] \to \alpha[\varphi]$
- p.106 $\uparrow \ell$.2: $|\alpha\varphi(x)| \to |\alpha\tilde{\varphi}(x)|$
- p.112 ℓ.2: $|\alpha|\|f\| \to |\alpha|\|\varphi\|$
- p.115 $\uparrow \ell$.6: $\mathcal{L}^\infty(A) \to \mathcal{L}^\infty(A, \mathcal{E}, \mu; \bar{\mathbb{K}})$

- p.115 ↑ ℓ.4: $\mathcal{L}^\infty(A) \ \to\ \mathcal{L}^\infty(A,\mathcal{E},\mu;\bar{\mathbb{K}})$
- p.117 ℓ.6: $\|\varphi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^p(A)} \ \to\ \|\varphi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)}$
- p.119 ↑ ℓ.3: $\mathcal{L}^p(A) \ \to\ \widetilde{\mathcal{L}}^p(A)$
- p.120 ℓ.12: $\|\varphi-\varphi_k\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^p(E)} \ \to\ \|\varphi-\varphi_k\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^p(A)}$
- p.121 ↑ ℓ.4: $k\to\infty \ \to\ n\to\infty$
- p.121 ↑ ℓ.1: $L^\infty(E) \ \to\ \widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)$
- p.122 ℓ.2: $\subset E \ \to \subset A$
- p.123 ℓ.6: $\in L^p(E) \ \to \in L^p(A)$
- p.123 ℓ.6: $\lim\limits_{n\to\infty}\|[\varphi_n]-[\varphi]\|_{L^p(A)} \ \to\ \lim\limits_{n\to\infty}\|[\varphi_n]-[\varphi]\|_{L^p(A)}=0$
- p.123 ↑ ℓ.9: $\varphi\in R^p(A) \ \to\ \varphi\in R^p([a,b])$
- p.124 ℓ.4: $\leqq \|\varphi-\varphi_n\|_{R^p([a,b])} \ \to = \|\varphi-\varphi_n\|_{R^p([a,b])}$
- p.125 ↑ ℓ.10: ψ に概収束 $\to$ $\{\varphi_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ が ψ に概収束
- p.126 ℓ.6: $\|[\varphi_n]-[\varphi]\|_{L^1(0,\infty)} \ \to\ \|[\varphi_n]-[\varphi]\|_{L^1((0,\infty))}$
- p.126 ℓ.6: $\|[\varphi_n]\|_{L^1(0,\infty)} \ \to\ \|[\varphi_n]\|_{L^1((0,\infty))}$
- p.126 ℓ.6: $\displaystyle\int_0^n \frac{1}{n}\,dx \ \to\ \int_{[0,n]}\frac{1}{n}\,d\lambda$
- p.126 ↑ ℓ.7: $\|\varphi_n-0\|_{L^p([0,1])} \ \to\ \|[\varphi_n]-[0]\|_{L^p([0,1])}$
- p.127 ℓ.12: $A\sim\tilde{A}' \ \to\ A\sim A'$
- p.127 ℓ.12: $B\sim\tilde{B}' \ \to\ B\sim B'$
- p.128 ℓ.9: $\varphi\in\mathcal{L}^1(X) \ \to\ \varphi\in\widetilde{\mathcal{L}}^1(X)$
- p.128 ↑ ℓ.4: $n\to\infty$ のとき $\varphi_n(x)\to\varphi(x)$ $\to$
  $n\to\infty$ のとき a.e. $x\in X$ に対して $\varphi_n(x)\to\varphi(x)$
- p.129 ℓ.3: $\displaystyle=\int_E\psi\,d\mu \ \to = 0$
- p.129 ↑ ℓ.4: $E\setminus(E_0\setminus A) \ \to\ E_0\setminus(E_0\setminus A)$
- p.129 ↑ ℓ.2: $\rho([B],[E_0]) \ \to\ \widetilde{\rho}([B],[E_0])$
- p.129 ↑ ℓ.2: $\rho([C],[E_0]) \ \to\ \widetilde{\rho}([C],[E_0])$
- p.130 ℓ.11: $\delta_* \ \to\ \delta_n$
- p.135 ↑ ℓ.3: $A_2\setminus A_1=A_2\in\mathscr{A} \ \to\ A_2\setminus A_1\in\mathscr{A}$

- p.139 $\uparrow \ell$.12: $\nu(E^y) \to \mu(E^y)$
- p.139 $\uparrow \ell$.4: $E_x \to (E_i)_x$
- p.143 $\uparrow \ell\ell$.8, 10: $\mathscr{E} \otimes \mathscr{F} \to \mathscr{E} \times \mathscr{F}$
- p.149 $\uparrow \ell$.3: 測度 σ-有限 $\to$ 測度として σ-有限
- p.152 ℓ.10: $N_x \in \mathscr{E}$, $N^y \in \mathscr{F} \to N_x \in \mathscr{F}$, $N^y \in \mathscr{E}$
- p.152 $\uparrow \ell$.11: $Z_x \in \mathscr{E}, \cdots, Z^y \in \mathscr{F} \to Z_x \in \mathscr{F}, \cdots, Z^y \in \mathscr{E}$
- p.153 ℓ.4: $Z_x \setminus N_x \to Z_x \setminus E_x$ (2 か所)
- p.161 ℓ.1: 示そう．$A = \emptyset$ のときは
  $\to$ 示そう．$A = \mathbb{R}^d$ のときは $F = G = \mathbb{R}^d$，$A = \emptyset$ のときは
- p.161 ℓ.2: $A \in \mathscr{H} \to \mathbb{R}^d \in \mathscr{H}, \emptyset \in \mathscr{H}$
- p.162 $\uparrow \ell$.6: 末尾に証明終わりの記号 $\square$ を追記
- p.169 $\uparrow \ell$.12: $\{p_i\}_{i=1}^d \to \{p_i\}_{i=1}^n$
- p.169 $\uparrow \ell$.6: $\mathrm{diag}(\alpha_1 \cdots, \alpha_d) \to \mathrm{diag}(\alpha_1 \cdots, \alpha_n)$
- p.172 $\uparrow \ell$.4: 正規直交化基底 $\to$ 正規直交基底
- p.175 $\uparrow \ell$.11: $\lambda(G \setminus F) \to \lambda_d(G \setminus F)$
- p.176 ℓ.7: f が $\to$ φ が
- p.176 $\ell\ell$.7–8: T は連続であるので
  $\to$ T は連続であるので Borel 可測, よって命題 2.2.2 より
- p.176 ℓ.8: $f \circ T$ は $\to$ $\varphi \circ T$ は
- p.177 ℓ.1: $\lambda_d\left(\left\{z \in \mathbb{R}^d \;\middle|\; \|z - T(a)\| \leqq h \sup_{y \in Q} \|D_x T(y)\|\right\}\right)^d$
  $\to \lambda_d\left(\left\{z \in \mathbb{R}^d \;\middle|\; \|z - T(a)\| \leqq h \sup_{y \in Q} \|D_x T(y)\|\right\}\right)$
- p.177 ℓ.2: $\leqq \to =$
- p.177 $\uparrow \ell$.3: $x \in Q$ に対して、$\delta \to +0$ のとき $\to$ $\delta = \frac{1}{k}$ とし $k \to \infty$ のとき、a.e. $x \in Q$ に対して、
- p.177 $\uparrow \ell$.1: 定理 2.9.1 $\to$ 系 2.9.1
- p.178 $\uparrow \ell$.1: 定理 2.9.1 $\to$ 系 2.9.1
- p.179 $\uparrow \ell$.7: $E_j \to F_j$
- p.179 $\uparrow \ell$.5: $E_j \to F_j$

- p.180 ℓ.2: $\displaystyle\int_G \varphi \circ |\det D_x|\, d\lambda_d \;\to\; \int_G \varphi \circ |\det D_x T|\, d\lambda_d$
- p.180 ℓ.9: $\displaystyle\int_G \varphi \circ |\det D_x|\, d\lambda_d \;\to\; \int_G \varphi \circ |\det D_x T|\, d\lambda_d$
- p.180 $\uparrow \ell$.6: $\varphi_+ \circ -\varphi_- \circ T \;\to\; \varphi_+ \circ T - \varphi_- \circ T$
- p.184 $\uparrow \ell$.4: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- p.184 $\uparrow \ell$.3: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- p.185 ℓ.9: 積分可能する $\to$ 積分可能とする
- p.185 $\uparrow \ell$.5: $dx_n \;\to\; dx_d$
- pp.188–190: 例 4.7.1 は次のように修正
  集合 C と関数 c をそれぞれ例 1.6.5 で与えた Cantor 集合と Cantor 関数とする。以後、例 1.6.5 と同じ記号を用いる。$x \in [0,1]$ に対して、

  $$f(x) = \inf\{t \in [0,1] \,|\, c(t) = x\}$$

  で f を定義する。

  $f([0,1]) \subset C$ である事を示そう。$y_0 \in f([0,1])$ とすると、$y_0 = f(x)$ となる $x \in [0,1]$ が存在し、

  $$y_0 = \inf\{t \in [0,1] \,|\, c(t) = x\}$$

  となる。下限の定義より、$c(y_n) = x$, $y_n \geqq y_0$, $y_n \to y_0$ $(n \to \infty)$ となる $\{y_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ が存在する。Cantor 関数は連続 (演習 1.14) であるので $c(y_0) = x$ である事が分かる。よって、

  $$y_0 = \inf\{t \in [0,1] \,|\, c(t) = c(y_0)\}$$

  となる。一方、$y_0 \in [0,1] \setminus C$ とすると、問 1.6.10 より、ある $\epsilon > 0$ が存在して $|y - y_0| \leqq \epsilon$, $y \in [0,1]$ であれば $c(y) = c(y_0)$ となる。$y_0 > 0$ である事に注意すれば、

  $$y_0 > \inf\{t \in [0,1] \,|\, c(t) = c(y_0)\}$$

  となる。よって、$f([0,1]) \subset C$ が分かる。

  f の定義域を拡張する。c は $c(0) = 0$, $c(1) = 1$ となる非減少関数 (問 1.6.9) であるので、f は $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ となる非減少関数となる。そこで、$x < 0$ では $f(x) = 0$, $x > 1$ では $f(x) = 1$ と定義域を拡張する。f は $\mathbb{R}$ 上の単調関数となるので、演習問題 2.1 より, $\mathscr{B}(\mathbb{R})$-可測、かつ、$\mathscr{L}(\mathbb{R})$-可測である。

$A(\subset [0,1])$ を Lebesgue 測度に関して可測でない集合 (系 1.6.2 を見よ) とし、

$$B = f(A)$$

とおく。$B \subset C$ であり、C は λ_1 に関して零集合 (問 1.6.6) であるので、B も λ_1 に関して零集合である。特に $B \in \mathscr{L}(\mathbb{R})$ である。よって、χ_{B} は $\mathscr{L}(\mathbb{R})$-可測である。

このように定義された f と χ_B の合成関数 $\chi_B \circ f$ について、

$$\begin{aligned}(\chi_B \circ f)^{-1}([-\infty,1)) &= \left((\chi_B \circ f)^{-1}([1,\infty])\right)^c = \left(f^{-1}\left(\chi_B^{-1}([1,\infty])\right)\right)^c \\ &= \left(f^{-1}(B)\right)^c = \left(f^{-1}(f(A))\right)^c = A^c\end{aligned}$$

となる。A は $\mathscr{L}(\mathbb{R})$ 可測集合でないので、A^c も $\mathscr{L}(\mathbb{R})$ 可測集合でない。よって、補題 2.2.1 より、$\chi_B \circ f$ は $\mathscr{L}(\mathbb{R})$-可測でない事が分かる。従って、$\mathscr{B}(\mathbb{R})$-可測でもない。

蛇足であるが、$f([0,1])$ は次のようになる。$c(0)=0$ より、$\inf\{t \in [0,1] \,|\, c(t) = 0\} = 0$, すなわち $0 = f(0) \in f([0,1])$ である。$y \in C$, $y > 0$ とする。y を $y = \displaystyle\sum_{m=0}^{\infty} \frac{a_m(y)}{3^m}$ と 3 進数展開する。$y \in C$ より $a_m(y) \neq 1$ となるように展開出来る。これと $y > 0$ より $a_m(y) = 2$ となる m が存在する事が分かる。そこで、

$$\widetilde{M} = \{m \in \mathbb{N} \cup \{0\} \,|\, a_m(y) = 2\}$$

とおく。まず、$\sharp\widetilde{M} < \infty$ の場合を考える。$m_0 = \max \widetilde{M}$ とおく、$m > m_0$ のとき $a_m(y) = 0$ であるので $y = \displaystyle\sum_{m=0}^{m_0} \frac{a_m(y)}{3^m}$ である。$y_k \in [0,1]$ を 3 進数展開の係数が

$$a_m(y_k) = \begin{cases} a_m(y) & (m < m_0), \\ 1 & (m = m_0), \\ 2 & (m = m_0+1, \cdots, m_0+k), \\ 0 & (m > m_0+k) \end{cases}$$

となる数とする。$y_k < y$, $y_k \to y$ $(k \to \infty)$ である。また、以下、$m_0 = 0$ の場合は $\sum_{m=0}^{m_0-1} \cdots = 0$ と解釈する事として、

$$c(y_k) = \sum_{m=0}^{m_0-1} \frac{a_m(y_k)}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m_0}} = \sum_{m=0}^{m_0-1} \frac{a_m(y)}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m_0}} = \sum_{m=0}^{m_0} \frac{a_m(y)}{2^{m+1}} = c(y)$$

となる。よって、

$$\inf\{t \in [0,1] \,|\, c(t) = c(y)\} \neq y$$

が分かる。即ち $y \notin f([0,1])$ である。$\sharp\widetilde{M} = \infty$ の場合を考える。$\widetilde{M} = \{m_k \,|\, m_1 < m_2 < \cdots < m_k < \cdots\}$ と書ける。$y_k = \displaystyle\sum_{m=0}^{m_k} \frac{a_m(y)}{3^m}$ とおくと、

$y_k < y$, $y_k \to y$ $(k \to \infty)$ であり、

$$c(y_k) = \sum_{m=0}^{m_k} \frac{a_m(y)}{2^{m+1}} < \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a_m(y)}{2^{m+1}} = c(y)$$

となる。これと c が非減少 (問 1.6.9) である事より、

$$\inf\{t \in [0,1] \,|\, c(t) = c(y)\} = y$$

となり、$y = f(c(y)) \in f([0,1])$ が分かる。以上により、

$$f([0,1]) = \{0\} \cup \{y \in C \,|\, \sharp\widetilde{M} = \infty\} \subsetneqq C$$

が分かる。

- p.190 ℓ.11: Haudforff $\to$ Hausdorff
- p.192 ℓ.5: $= \to \leqq$
- p.200 $\uparrow \ell$.5: $\gamma_s^{+0}(E \cap G) \to \gamma_s^{+0}(E \cap F)$
- p.205 $\uparrow \ell$.8: $(x-y) \cdot n = \to (x-y) \cdot n = 0$
- p.207 $\uparrow \ell$.12: $dx \to d\lambda_{d-1}$
- p.209 ℓ.7: $\prod_{j=1}^{d} [a_j, b_j) \to \prod_{p=1}^{d} [a_p, b_p)$
- p.209 ℓ.7: $\tilde{a}_j \to \tilde{a}_p$
- p.209 ℓ.8: $\tilde{a}_j < a_j \to \tilde{a}_p < a_p$
- p.209 ℓ.9: $\prod_{j=1}^{d} (\tilde{a}_j, b_j) \to \prod_{p=1}^{d} (\tilde{a}_p, b_p)$
- p.282 ℓ.11 singlar $\to$ singular
- p.306 $\uparrow \ell$.6: $\mathscr{F} \to \mathcal{F}$
- p.381 $\uparrow \ell$.4: $\bigcup_{m=n}^{\infty} A_m \to \bigcap_{m=n}^{\infty} A_m$
- p.414 ℓ.4: $\mathscr{P}(\mathbb{N}) \to \mathscr{E}$
- p.416 $\uparrow \ell$.7: $> \|\varphi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)} \to > \|\varphi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)} \|\psi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)}$
- p.417 $\uparrow \ell$.11: 問 3.2.4 $\to$ 問 3.2.5
- p.417 $\uparrow \ell$.9: $\|\varphi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)} \to \|\varphi\|^p_{\widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)}$ (2 か所)

- p.418 $\uparrow \ell.9$: 補題 3.3.2 $\to$ 補題 3.3.3
- p.419 $\ell.6$: $\|\varphi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^p(A)} \to \|\varphi\|_{\widetilde{\mathcal{L}}^\infty(A)}$
- p.432 $\ell.11$: $\mathscr{P}(\mathbb{N}) \otimes \mathscr{P}(\mathbb{N}) \to \mathscr{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{N})$
- p.434 $\uparrow \ell.3$: $\omega_s \delta \sum_{j=1}^{\infty} 2^{-j} = \omega_s \delta \to \omega_s \delta^s \sum_{j=1}^{\infty} 2^{-sj} = \dfrac{\omega_s \delta^s}{2^s - 1}$
- p.434 $\uparrow \ell.1$: $\leqq \omega_s \delta \to \leqq \dfrac{\omega_s \delta^s}{2^s - 1}$
- p.435 $\ell.5$: $\mathrm{diam}\, RC_j \leqq \delta \to \mathrm{diam}\, RC_j = \mathrm{diam}\, C_j \leqq \delta$
- p.466 右 $\ell.9$: Zermero $\to$ Zermelo

令和 5 年 4 月 6 日更新
赤字が更新部分