数学へと繋がる算数の学習に関する研究

自然科学系教育サブプログラム　算数・数学

木村　五音

【指導教員】　二宮　裕之　　西澤　由輔　　松原　和樹
【キーワード】　繋がり　　統合・発展　　問題解決　　系統性　　一貫した教育

1．はじめに

中央教育審議会(2014)は，学校制度を子供の発達や学習者の意欲・能力等に応じた柔軟かつ効果的なものとすることで，制度的な選択肢を広げるために小中一貫教育の制度化についての提言を挙げている。川上(2010)によると，算数・数学は，学習内容の系統性が強い教科であるとともに，小学校算数から中学校数学への変化が大きく「中 1 ギャップ」を起こしやすい教科とも言われており，小中一貫教育においては最も検討が必要な教科と考えられる。算数と数学のそれぞれの特徴を生かした指導をそれぞれの学校段階で行うだけでなく，小学校算数から中学校数学へのスムーズな橋渡し，もしくは円滑な接続を行うことが必要である。古藤(1954)は，小学校算数と中学校数学の特徴について，以下の表 1 のようにまとめている。

表 1　小学校算数と中学校数学の特徴

算数	数学
直観的	論理的(検証的)
類比的・帰納的	演繹的
局所的	大局的
意味論的	構文論的

表から分かることとして，小中連携では，直観的から論理的へ，類比的・帰納的から演繹的へ，局所的から大局的へ，意味論的から構文論的へと徐々に移行できるように子供を支援していくことが必要と考える事ができる。

しかしながら，学年が進むにつれ学ぶ内容が抽象的になり，イメージがしにくくなっていくことで理解に困難を覚えたり，苦手意識をもつ児童・生徒がいる。藤井(1993)はコンパートメンタリゼイションの考えとして，「2 つの知識がある個人に既知であり，かつ，その人の思考過程においてそれらが関連付けられるべきであるにもかかわらず無関連のままであるシツエーション」(p. 334)と述べており，学びの理解に大きく関係していると考える。そのため，小学校の教員は中学校数学の特徴を，中学校の教員は小学校算数の特徴を理解して指導することが重要である。しかしながら私は，現在，数学の学習において算数の学習が活かせていないのではないかと感じる。私が中学生と関わった際に，算数の学習がしっかりできていれば困難にならないであろう問題について悩む生徒を見た。系統性が強い教科と上記したが，中学校の数学の授業では算数での学びを基礎とした授業が行われているため，算数のふり返りを行うことは多くある。算数の学びとの系統的な繋がりを構築できていれば，このふり返りは容易なことであるが現在の中学生はここに壁を感じていると考えられる。つまり，算数・数学の理解が難しいと感じる児童・生徒は内容の系統性を認識していないから躓いているのではないか。単元ごとや学年ごとで全く別のものを学んでいると捉え，内容ごとの系統性を認識していないと，これまでの学びを振り返ることが難しく，具体的なイメージを持つことができないと考えられる。また，中学校数学の授業で繋がりを見出す学習を行うだけでは不十分であると考える。小学校算数の段階で繋がりを見出す学習を進めてこそ数学の授業の際にその力を活かし，学習を進めることができるだろう。そこで，既習の学びとの繋がりを意識しながら算数の学習を進めることができるようになることで、中学校で数学を学ぶ際にも，算数で学んだこととの繋がりを意識して学習を行うことができると考え本研究に至った。

本研究では，算数の学習の中で内容の系統性や繋がりを見出し数学へと活かすことができる児童の育成を目的とする。算数・数学において「つながり」は内容，考え方，方法等それら 1 つのものの系統性や関連性のことを指していることが多いが，学習の「繋がり」はそれら同士の関連性も考えることができる。そのため，本研究は「繋がり」をキーワードとし内容の系統性以外の面にも着目しながら，それぞれの「つながり」の違いをまとめると共に，算数の学習の中で内容の系統性を見出すことができる授業や学習方法を探ることに加え，児童が数学との繋がりを算数の学習で見出すことができるような学習方法を探ることを目標とする。

2．算数・数学教育の目的と目標

算数・数学教育の目的には，人間形成的目的、実用的目的、文化的目的がある。人間形成的目的とは，算数・数学を通して人間が持っている能力などを育てようとするものであり，実用的目的とは，算数・数学を使うための知識や技能を育てるものであり，文化的目的とは，算数・数学のよさを知るものである。それぞれの目的の具体的な内容は以下のようになっている。（長崎，2007，p. 18）

人間形成的目的	自律的な態度を養う 真理感情を養う 数学的に考える力を養う 判断力を養う 考え合う力を養う

実用的目的	数，量，図形に関する知識を身につけさせる 事象から式をつくる力を養う 計算力を養う 表やグラフや図で表現し解釈する力を養う 空間の想像力を養う 数学的モデル化の力を養う 問題解決の力を養う
文化的目的	数学の偉大さを知らせる 数学の社会的有用性を知らせる 数学の美しさを味わわせる 数学の楽しさを味わわせる

小学校学習指導要領解説(2018a)における算数科の目標は，次のとおりである。(pp. 21-22)

> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。
> (1)　数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに，日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。
> (2)　日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力，基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。
> (3)　数学的活動の楽しさや数学のよさに気付き，学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度，算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

中学校学習指導要領解説(2018ｂ)における数学科の目標は，次のとおりである。(p. 20)

> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。
> (1)　数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
> (2)　数学を活用して事象を論理的に考察する力，数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
> (3)　数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え，数学を生活や学習に生かそうとする態度，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

算数科・数学科の目標は，育成を目指す資質・能力の三つの柱である「知識及び技能」，「思考力，判断力，表現力等」，「学びに向かう力，人間性等」に沿ってそれぞれを（1），(2)，　(3）と示されている。

発達段階に合わせた抽象的な事柄について扱うことが読みとれるが，算数科の目標と大きく変わることはなく，算数・数学科の目標は一貫していると言えるだろう。

３．数学的な見方・考え方

数学的な見方・考え方について，文部科学省(2018b)は、「「数学的な見方・考え方」は，数学の学習において，どのような視点で物事を捉え，どのような考え方で思考をしていくのかという，物事の特徴や本質を捉える視点や，思考の進め方や方向性を意味することと考えられる。」(p. 21)と述べられている。また，数学的な見方考え方の効果として，「「既に身に付けた資質・能力の三つの柱によって支えられた「見方・考え方」が，習得・活用・探究という学びの過程の中で働くことを通じて，資質・能力が更に伸ばされたり，新たな資質・能力が育まれたりし，それによって「見方・考え方」が更に豊かなものになる，という相互の関係にある」と示されたことを踏まえ，「数学的な見方・考え方」は，数学的に考える資質・能力の三つの柱である「知識及び技能」，「思考力，判断力，表現力等」及び「学びに向かう力，人間性等」の全てに働かせるものと考えられる。」(p. 21)と述べられている。

以下は、「数学の方法に関係した数学的な考え方」の、それぞれの考え方について詳しく述べたものである。（片桐, 2004, pp. 40-68 より筆者要約)

> 1.帰納的な考え方
> 帰納的な考え方とは、いくつかのデータを集め、そのデータから性質を見付けようとし、見出した性質が正しいのか、さらに新しいデータで確かめていく考え方で、演繹と対比される。数学の証明ではよく演繹的な証明が使われるが、この帰納的な考え方を指導するにあたっては、演繹的にうまくいかないことを経験させることが大切である。また、帰納的な考え方は必ずしも正しいとは言えず、新しいデータで確認する必要があることも指導する。
> 2.類推的な考え方
> 類推的な考え方とは、すでに知っていて、似ている事柄を用いて、同じことを言おうとする考え方である。この考え方も似ているということから考えていくので、必ずしも同じことが言えるとは限らない。
> 3.演繹的な考え方
> 演繹的な考え方とは、いつでも言えるということを、すでに分かっていることから説明しようとする考え方である。必要性を理解させることが大切で、総合的思考と分析的思考が使われるので、この二つも経験させていかなければならない。
> 4.統合的な考え方
> 統合的な考え方とは、多くの事柄を広い観点で見て、共通点を見つけまとめていこうとする考え方である。統合することによって、簡単になることを理解させること

が大切である。例えば、割り算と掛け算の関係性を見つけることや、小数や分数をそれぞれで考えるのではなくお互いに変えることができることも統合的な考え方である。

5. 発展的な考え方

発展的な考え方とは、さらによりよいものを見付けたり、元にして新しいものを発見したりしようとする考え方である。一つ見付けて満足させずに、よりよいものを見付けようという態度にもっていかせることが大切である。

6. 抽象化の考え方

抽象化の考え方とは、具体的なもの一つで考えるのではなく、いくつかに共通なものを引き出そうとする考え方である。どこが同じか、どこが違うかについて注目させなければならない。円のものをいくつも持ってきて、その中から、共通の性質を見つけ出すことは抽象化の考え方の問いとなる。

7. 単純化の考え方

単純化の考え方とは、いくつもの条件がある中で全部を考えることが難しい時に、何個かを無視し簡単にして考えてみる考え方である。単純にするといっても、その問題自体が成り立たなくなる、一般性を失うようになってしまっては意味がない。文章題がこの考え方に当たる。

8. 一般化の考え方

一般化の考え方とは、ある概念を広げていこうとする考え方で、一般性を求めていこうという考え方である。一般化は帰納→類推から考えることが多く、この二つの考え方ができていないと、一般化の考え方はかなり難しいと考える。この指導の際には、帰納的な考え方、類推的な考え方ができているかも確認しなければいけない。

9. 特殊化の考え方

特殊化の考え方とは、一般化の逆で、一つの事柄について考えようとする考え方である。分配法則が整数で成り立つことはやったが、分数ではどうだろうということから、特殊化して行い、また一般化に戻ることが多い。特殊化して考える前に見通しを立てることが大切である。

10. 記号化の考え方

記号化の考え方とは、記号に表していこうとする考え方と記号化されたものを読んでいこうとする考え方である。例えば、道のり、速さ、時間の関係を「みはじ」として表すのも記号化の考え方で、自分のわかりやすいようにまとめるということにもつながると考えられる。より明確に表そうという態度を持たせることが大切である。

11. 数量化、図形化の考え方

数量化、図形化の考え方とは、場面に応じて、適切な量を扱おうとしたり、数的な関係を、図形やその関係に置き換えようとしたりする考え方である。数量化については、感覚的なものではいけないことを理解させること、図形化ではどういう図形にしなさいと指示するのではなく、どういう場面でこういう図形化をするといいということを指導するようにする。面積図に表すものや、数直線や線分図として表すものがあり、様々な問題で鍛えられる考え方である。

この中でも，統合的・発展的な考え方は繋がりを見出す学習においても重要な考え方である。次に，統合・発展についてまとめる。

4．統合・発展

算数・数学教育においての資質・能力が育成されるためには，学習過程の果たす役割が極めて重要である。算数科・数学科においては，中央教育審議会答申に示された「事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決し，解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程」といった算数・数学の問題発見・解決の過程が重要である。

算数・数学の問題発見・解決の過程は，中央教育審議会答申で示された次の図に示すように，『日常生活や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する，という問題解決の過程』と，『数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し，数学的に処理し，問題を解決し，解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする，という問題解決の過程』の，2 つの過程が相互に関わり合って展開する。

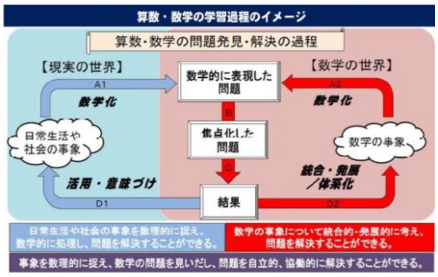

図１　算数・数学の学習過程のイメージ

算数の学習においても数量や図形の性質を見いだし，数理的な処理をすることは，それらを統合的・発展的に考察して新しい算数を創ることを意味しているとも言える。算数を統合的・発展的に考察していくことで，算数の内容の本質的な性質や条件が明確になり，数理的な処理における労力の軽減も図ることができる。また，物事を関係付けて考察したり，他でも適用したりしようとする態度や，新しいものを発見し物事を多面的に捉えようとする態度を養うことも期待できると言える。

また，「統合的に考察する」ことについて「異なる複数の事柄をある観点から捉え，それらに共通点を見いだして一つのものとして捉え直すこと」と述べられており，この異なる複数の事柄を違う観点から捉えることは，繋がりを見出すことに関連すると考えられる。

菊池(1974)は，統合的な考察の意味について「 初めは，無関係に考察された “ことがら”がいくつかある. これらの “ことがら”の一つまたは二つ以上のものにとって，これま

でとは異なったある観点ないしは方法を導入することによって，それらを関係づけて“一体的なもの”ないしは“首尾一貫したもの”にまとめていく．」(p.7)述べており。また，統合的な考察の効用について以下のようにまとめている。(p.8)

統合的な考察の効用としては
① 個々の知識が知識体系の中で単純化され，その位置づけが明確になる.
② 記憶の負担が軽減される.
③ 統合に用いた観点や方法，統合された知識などを新しい発展にむかって利用していくことが容易になる.

統合を用いて学習を行うことができるようになることは前に触れた中 1 ギャップに当たる壁を乗り越えやすくなることに加え，算数・数学の苦手意識も軽減することができるのではないかと考えられる。

また菊池(1974)は，発展的な考察について以下のように述べている。(p.9)

（１）発展的な考察の様相
統合化…同じ類型の問題が解決しやすくなる
一般化…定数の変数化と変域の拡大(条件はずし)
特殊化…条件づけ，重ね合わせ(研究の深化)
類比……狭義の類比，広義の類比
(2) 統合化による発展的な考察
図表現による統合から得られるもの
式表示による統合から得られるもの
観点変更による統合から得られるもの

次に，中島の統合・発展について検討を行う。中島(2015)は統合的・発展的について，『「統合的」と「発展的」を並列的によまず，「統合といった観点による発展的な考察」とよみとる』としている。統合が発展の方向性を示す観点とし，「集合による統合」，「拡張による統合」，「補完による統合」の三つに分類した。(pp.127-129)

第一は，「集合による統合」である。はじめは異なったものとして捉えられていたものについてある必要から共通の観点を見出して一つのものにまとめる観点である。

第二は，「拡張による統合」である。はじめに考えた概念や形式がもっと広い範囲に適用できるようにするため，はじめの概念の意味や形式を一般化してもとのものを含めてまとめる観点である。

第三は，「補完による統合」である。すでに知っている概念や形式だけでは適用できない場合が起こるとき補うものを加えて完全になるようにまとめる観点である。

算数で学んだ内容をその単元だけで終わらせずに，今後行う学習と繋がっていると考えることが発展的な思考であり，その方向性を示す統合的に考察する力が小学校の段階で培われてこそ，中学校で数学の学習をする際に，生徒が繋がりを感じ取ることができるようになると考えられる。

これまでのことをまとめ，本研究における統合的な考え方について図2ようにまとめた。

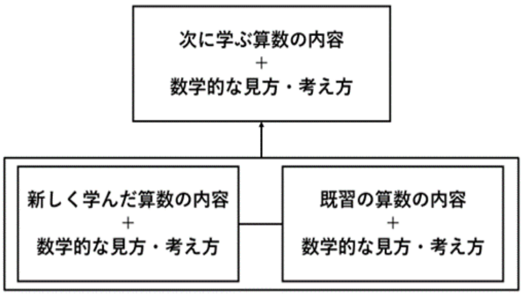

図2　統合的な考え方

その日の新しい学びとこれまでの既習の学びを統合することが統合的に考えることであるが，学習の際の統合はこれだけではない。そのため学習における統合をもう一つ，図2ようにまとめた。

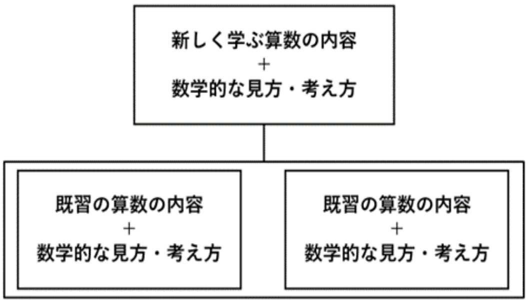

図3　統合的な考え方2

図 2 は新しく得た学びをこれまでの学びと統合しているものであり，新たな学びを理解し把握した上で行われる統合である。図 3 は別々のこれまでの学びを統合しており，これは，新しい学びを得るためにこれまでの学びを統合して発展させていると捉える。この上で，学習の際には大きくこの 2 つの統合が行われていくことによって繋がりを見いだすことができるのではないかと考える。

これまでのことを踏まえ，統合・発展を行う為には，これまでの学びを振り返ることが必要不可欠なのではないかと考えた。振り返りを行うことができないと，新たな学びや系統性を統合によって見出せず，学習者によって別々の記憶(前述したコンパートメンタリゼーションなどのこと)として保管されるようになるだろう。そのため，繋がりを見出すためには統合を行いたいが，統合を行うためには学びの振り返りが必要であると考えられる。

5．学びの振り返り

平井・御園(2016)は，一般的なふりかえりについて「ふりかえりといえば，一般的には，授業の終末において，学習者が，その授業での内容を，自発的に思い出して書くなどの方法を用いたり，分かったかどうかを確認するために適用問題を解くといった方法を用いたりするなどの方法により行われるものと考えられる。」と述べている。

また，polya は問題解決の際に，「過去に解いた類似な問題」を振り返ることを述べており，『「過去に解いた類似な問題」が検索できること』は統合的に考えるために必要な事なことであると考える。若しくは，検索しようとすることこそが統合的に考える出発点とも考えられるのではないか。

そして、『「過去に解いた類似な問題」が検索できる』ようになるためにふりかえりは必要であると考える。

ここまでを踏まえて，ふりかえりも大きく 2 種類に分けられると考える。1 つ目が授業の終わり際に行われる，自身の学習活動・態度のふりかえり（自己評価），2 つ目が問題解決の過程などで行われる，既習の内容や考え方のふりかえり（復習）であると考えた。1 つ目の方は，その日の授業で学んだことや活動を定着させるために重要なことであるが，自分の研究では，2 つ目の方で，統合的に考察する力を発揮し問題解決をすることで，算数の学習に繋がりを感じられると考えているため，問題解決の過程などで行われる，既習の内容や考え方のふりかえり（復習）の学習方法や指導法などを考えていく必要がある。以降本論文ではこれを「振り返り」とし，これまでの学びを思い起こすことを重点に置く。

6．繋がりを見出す学習

内容の系統性だけでなく，学習者の様々な学びと算数・数学の内容は繋がりを持っている。別々のものも統合し，発展させていくことができれば学びの繋がりを見出すことができるだろう。また，学びの繋がりを見出すことで共通点も見えてくるようになると考えられるため，算数・数学の内容の系統性も見付けられるようになることが期待できる。

さらに，統合を行うために振り返りが必要であることも確認した。これまでの学びを振り返り，関連があるかどうかを判断しようとする姿勢や，実際に関連があるものを振り返ることができるような力を学習者に身につけさせることが必要である。

算数・数学の系統性と繋がりを見出したものについての関係性を以下の図ようにまとめた。

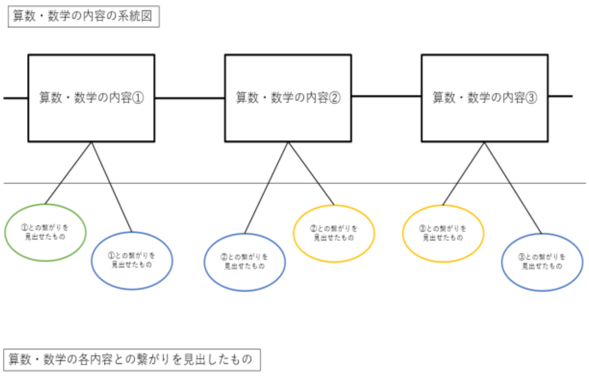

図 4　算数・数学の系統性との繋がり

算数・数学の各内容にはそれらを構成する関連がある要素が多く繋がっている。そういった要素を踏まえながら学習を行い，算数・数学の内容理解を図っていく。つまり，「各内容」についての学びの統合は図 2 や図 3 によるものであり，算数・数学の系統性を表す統合は他のものであると考えられる。

ここで，筆者は算数・数学の系統性とは，各内容との繋がりを見出したものを統合させることで作り上げられていると考えた。これを踏まえて，算数・数学の系統性と統合の関係について以下の図のようにまとめた。

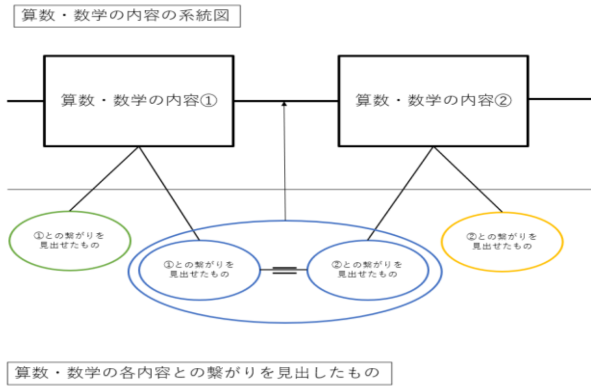

図 5　算数・数学の系統性と統合

各内容との繋がりを見出したものを振り返り，共通点を見付け，統合させることで算数・数学の系統性を作り上げていると考えられる。他にも以下の図のような場合があると考えた。

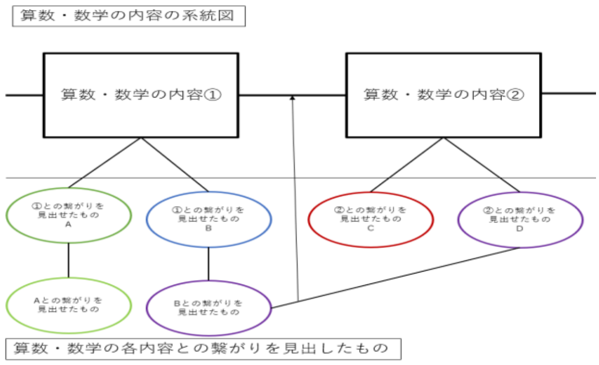

図 6　算数・数学の系統性と統合 2

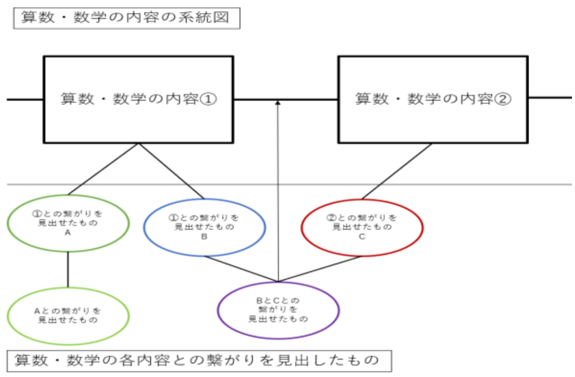

図 7　算数・数学の系統性と統合 3

内容の系統性を見出すことができる児童の育成が本研究の目的である。つまり，各内容における関連する事項を引き出しそれらを統合する学習を行うことで数学へと繋がる算数の学習を行うことができると考えられる。

以上のことから，本研究における繋がりを見出す学習を，「児童が主体的にこれまでの学びを振り返り新しい学びとの統合を行う学習」と定義づけ，数学へと繋がる算数の学習を「学んだ内容との繋がりを見出した事柄に関連性を見出し，主体的に統合を行う学習」と定義づけた。

これらを基に，数学へと繋がる算数の学習に関する検討を行う。

7．問題解決の授業における繋がりを見出す学習

Polya(1954)は問題解決を次の4つの区分に分けた。

> まず第 1 に問題を理解しなければならない.即ち求めるものが何かをはっきり知らなければならない.第 2 に色々な項目がお互にどんなに関連しているか,又わからないことがわかっていることとどのようにむすびついているかを知ることが,解がどんなものであるかを知り,計画をたてるために必要である.第 3 にわれわれはその計画を実行しなければならない.第 4 に解答ができ上ったならばふり返ってみて,もう一度それを良く検討しなければならない.

この問題解決の流れは算数・数学に限った話ではないが,算数・数学科の学習指導法としての問題解決の過程として位置付いており，算数・数学の授業における問題，課題，見通し，解く，まとめ，ふり返りの流れの参考にされているものである。それを踏まえて相馬(2004)は，数学科の問題解決の授業の指導過程を以下のようにまとめている。(p.31)

> Ⅰ　問題を理解する
> ・提示された問題の意味を理解し,取り組もうとする.
> Ⅱ　予想する
> ・問題の結果や考え方について検討をつける.
> Ⅲ　課題をつかむ
> ・Ⅱで出された「予想」を確かめる過程で,新たな課題に気づく.
> Ⅳ　課題を解決する
> ・解決する過程で,新たな知識・技能,見方や考え方を身につける.
> Ⅴ　問題を解決する
> ・解決した課題の結果を活用して,はじめの問題を解決する.

この流れを絶対に守るというわけではないが基本はこの流れで授業を行うことを述べている。

これらのことを踏まえて，本研究における問題解決の授業の過程を以下の図のようにまとめる。

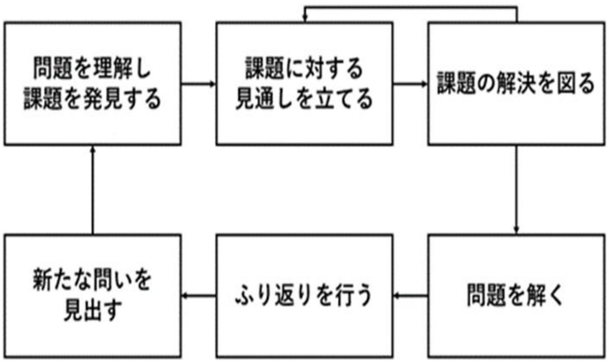

図８　問題解決の過程

繋がりを見出すという点で焦点を当てるべきなのはPolyaの問題解決の4つの区分の内,第2の区分に記述されている「計画を立てることにおける思いつき」，つまり見通しを立てる段階についてである。Polya(1954)は以下のように述べている。

> 対象について充分な知識がなければよい思いつきは得られないし，知識が全然なければ思いつくことは不可能である.よい思いつきはそれ迄の経験と知識とに基づくものである.単に記憶するだけでは充分でなく,適当なこと実に就いて考えをめぐらさなければよい思いつきは得られない.材料があるだけでは家は建たないので,必要なところに適当な材料を当てがわなければならないのと同様である.数学の問題を解くのに必要な材料は前にといたことのある問題とか，証明したことある定理のような既存の知識の中から適当に選び出されたものでなければならない.

これは,計画を立てる段階における,これまでに学んだ関連した問題を思い起こすことを示唆していると考えられるため,「過去に解いた類似な問題」が検索できることは統合的に考えるために必要な事なことであると言えるだろう。そして,『「過去に解いた類似な問題」が検索できる』ようになるためにもふりかえりを学習者が行うことができるようになることは必要であると考える。問題解決の学びの中でPolya は関連した問題を知っているかという問題から出発するのがよいとも述べている。

これに対して，相馬(2004)の「Ⅱ予想する」はPolyaと違う視点である部分である考えられる。相馬(2004)の「Ⅱ予想」では,はじめて直面する問題を解くときには直観的なひらめきやあてずっぽうで予想することが多いとし，日常生活での思考を振り返っても「予想→確認」を繰り返し,判断していると述べている。これらのことから,繋がりを見出すことに変換すると，はじめから関連した問題を思い起こすのではなく，いくつかの予想から直面している問題と「関連性を見出す・見つける」力が必要であると考えられる。

また,Polyaの第4の区分にある,問題を解く際の振り返りについても繋がりを見出すことに関連している。

> 実際の問題はとくには数学の問題をとくよりも，もっと豊富な経験が必要であるということは通念になっている.それはそうかもしれない.しかしちがうのは準備すべき知識の内容であって，問題をとく場合の基本的な態度には何の差異も存在しないと考えられる.ある問題をとくときにわれわれは同じような問題をといた経験にたよりつつ，ちょっと形のちがい，似よりの問題をみたことがあるか,関連した問題をしっているか.とたずねるのである.

上記のようにPolyaは述べており，ここでもこれまでの学びの振り返りを行う必要があると考えられる。問題解決の為にこれまでの学びから似た問題を振り返り，既習の内容や考え方を振り返っていると捉えることができる。

授業におけるこれまでの学習の振り返りをし，統合を行うタイミングは問題解決の見通しを立てる時と問題解決後のまとめの時の2つがあると考えられる。これは図2や図3と同じ状態を指しており,授業においてもそれぞれについて検討を行う必要がある。

①　問題解決の見通しを立てる時

どうすればこの問題が解けるかとまずは考えるだろう。

そこから，解決のために自分が今持っているこれまでに学んだことや，自身の経験を振り返る。その際に，振り返るものとしてこれまでに学んだ似た問題，これまでに学んだ算数・数学の知識，これまでに学んだ数学的な見方・考え方の3つ挙げられると考える。まず1つ目にその問題の似た問題を振り返ることが挙げられる。先の Polya の際にも挙げられていたが，似た問題を自身の経験から振り返ることは，問題解決の一歩と言えるだろう。似た問題を振り返ることで同じように解くことができないかと考え，さらに知識や考えを振り返ることができるだろう。しかしながら，問題の中には，全く新しいもので似た問題を振り返ることができないものも存在する。その際には何を振り返るのか。見たことがない問題を解決する際も，自身のこれまでに学んだことや経験を振り返るしかないだろう。ここで先に述べた，統合の考えが使えるのではないかと考える。図 3 に示したような，いくつかのこれまでの学びを振り返り，統合することによって新しい学びをつくりだし問題解決の指標とすることができるだろう。その際に統合するものとしてこれまでに学んだ算数・数学の内容・知識が挙げられる。いわゆる公理などは，問題を解く際の手段のひとつであり，振り返ることができれば問題の解決に近づくことができる。しかしながら，内容・知識を使う際にはなぜそれが使うことができるのか，またそのものの意味なども共に振り返らないと問題解決に活かすことはできないだろう。その知識だけ覚えていても，それがどのようなものなのかを理解していないと適切な場面で振り返ることが難しくなるからである。知識を新しく学んだ際に，それに付随する考え方や繋がりを意識しながら理解を深めていくことが必要になってくる。これはこれまでに学んだ数学的な見方・考え方の振り返りに関わってくる。算数・数学を学んでいると潜在的にでも数学的な見方や考え方をしている。これを意識的に利用し，振り返ることができれば，算数の学びを関係的に理解することができ，適切な場面で振り返りを行うことができるだろう。算数や数学が得意な子どもはこの考え方の振り返りを行うことができている子どもだと考える。そのため，問題解決の見通しを立てる際に関連する知識や似た問題を振り返ることができると考えられる。

上記のことから，問題解決の見通しを立てる際にも，まず具体的なものから抽象的なものを振り返っていく必要がある。似た問題を探し，それに使われている既習の内容・知識を振り返り，それに関する考え方を振り返ることで関連性を見出しやすくなり，算数・数学が苦手な子どもも繋がりを持った振り返りをすることができるのではないかと考える。

② 問題解決後のまとめを行う時

新しく学んだことをもう一度振り返り，これまで学んだことと何か関わりがないかを探すことで，繋がりを見出すことができるだろう。こちらも問題解決の見通しの際に振り返る 3 つを振り返ることができると繋がりを感じるのではないかと考える。その中でも，新しいことを学び終えた時のため，先ほどよりも考え方に焦点が当たりやすいのではないかと考える。問題解決の前段階では新しい学びについて詳しいことが分からない状態だったため共通した点などを探すのは難しい状態だったが，どのようにして問題を解いたかを理解している問題解決後は，同じような考え方をしたものを探しやすく統合を促しやすいと考えられる。関連する概念に「反省的思考」がある。

中原(1998)は，反省的思考を「操作的活動を反省して，その本質を抽象し，一般化する思考」と捉えている。例えば，問題解決場面では，計算などの具体的な操作が主体であったとしても，それだけで終わりにするのではなく，学習過程をふりかえることで，その時間に学習すべき内容の要点をつかみ，まとめる思考といえる。この反省的思考を育んでいくことは，繋がりを見出すことに繋がり，振り返りの活動を活発にすることが期待できる。

また，このタイミングで振り返り，繋がりを見出す活動を取り入れることで次の学びへと発展させることもできるだろう。問題解決前の見通しの段階はこれまでの学びを統合し発展させることで新しい学びに繋げていると考えられる上に，問題解決後の段階では，次の新しい学びへと繋げる統合となる。振り返りを行い，統合を行うことで中島 (2015) のいう『「統合的・発展的」について，「統合的」と「発展的」を 並列的によまず，「統合といった観点による発展的な考察」とよみとる』ことができると考え，新しい学びが前にも後ろにも繋げることができるだろう。

算数の授業で繋がりを見出す学習をすることで，中学生になった際に，主体的に学びの振り返りをし，統合的に考える力が身につけることで，数学との関連を見出すことができる児童を育成することを目指していた。そのためにも，どこかの内容が児童から抜けていたり，理解できていなかったりする状態がないようにしなければならない。繋がりを見出す学習は，繋がりを見出せたものがそのまま問題解決の根拠になる。理由を持って問題解決に臨むことで理解を深めることができると考えられる。そのため，まずは，その日その日の授業を大事にしつつ関係的に理解できるような指導を実践していかなければならない。

８．本研究の成果と課題

本研究の成果は，以下の３点である。

Ⅰ．繋がりを見出す学習の必要性を見出し，定義づけを行ったこと

内容の系統性だけでなく，学習者の様々な学びと算数・数学の内容は繋がりを持っている。そういった別々のものも統合し，発展させていくことができれば学びの繋がりを見出すことができる。また，学びの繋がりを見出すことで共通点も見えてくるようになると考えられるため，算数・数学の内容の系統性も見付けられるようになることが期待できる。

また，統合を行うために振り返りが必要であることも確認した。これまでの学びを振り返り，関連があるかどうかを

判断しようとする姿勢や，実際に関連があるものを振り返ることができるような力を学習者に身につけさせることが必要である。

Ⅱ．問題解決の授業において，繋がりを見出す学習が機能することを述べたこと

現在，学校の多くの算数・数学の授業は問題解決型の授業が取り入れられている。繋がりを見出す学習は，問題解決において，特に見通しを立てる際や問題解決後の新たな問いを見出す過程において，有効的に活用することができる。そのため，問題解決の授業でも無理なく取り入れることができる。現在の問題解決型の授業において授業形式を変えずに取り入れることができることは重要な事項だろう。

Ⅲ．繋がりを見出す学習を行うことで，数学での学習をよりよく進める力を身につけることができるように理論を整理したこと

繋がりを見出す学習は学習者の統合的・発展的に考える力を養うことができるだろう。その力は，数学においても重要な力であるため，算数の段階で身につけておくことに損はないだろう。中島（2015）のいう『「統合的・発展的」について，「統合的」と「発展的」を 並列的によまず，「統合といった観点による発展的な考察」とよみとる』ことを参考にすると，発展は統合ができることで行うことができる。統合から発展を行い，学習の前後の繋がりを見出し，算数・数学の系統性を学習者が見出すことができたとき，数学の学びがより深まることが考えられる。また，その力は数学だけで使われるものではない，学習者思考の整理や，問題解決過程の構築など，日常的な事柄にも応用することができるだろう。だからこそ，算数の段階から長期的にみて，徐々に理解を促していくことが重要である。

この研究は，学年が進むにつれ学ぶ内容が抽象的になり，イメージがしにくくなっていくことで算数・数学の理解に困難を覚え，算数・数学が苦手になっていく児童・生徒を助けたいという思いで始まった。繋がりを見出すという行為は，学んでいる内容に関連するものを自由に思い返し，思考を整理することであり，頭の中で散らばっているものをまとめるような行為である。これは，覚えることが減ると同時に記憶を構造化することができるため，イメージがしにくい内容も具体的なものまで振り返ることができるようになると考えられる。そういった力は，数学の学習を進める際に必ず効果を発揮するだろう。算数・数学が苦手だという児童・生徒が少しでも減り，算数・数学で学んだ多くのものをこれから生きていく社会でも大いに活用できるように，私自身も研鑽を積み多くの学びを与えていきたい。

今回の１番の課題としては，実際に授業を行い，研究のデータを取ることができなかったことが挙げられる。学生という立場もあるが，この「繋がりを見出す学習」は，長期的な調査が必要である事が考えられる。どのように児童が繋がりを見出すのか，どうすればそういった考えを身につけられるのかは 1 回授業を行っただけでは分からない事である。こういった長期的な観察が前提の研究は，今後実際に教壇に立つ中で行っていく必要がある。また，今回の論文はほぼ理論詰めのみになっているため，実際の児童の反応によっては，今回の研究成果とは違ったものが見ることができると考えられる。それらもまた，実際に授業を行い，学習検討を繰り返す中で進めていく必要があるだろう。

主な参考文献

平井夏美・御園真史(2016)．中学校数学科における効果的なふりかえりに関する検討．日本科学教育学会研究会研究報告 31 巻 4 号 pp. 125-130.

藤井斉亮(1993)．算数・数学の理解における非整合性とコンパートメンタリゼーション．三輪辰郎先生退官記念論文集・編集委員会(編)． 数学教育学の進歩(pp. 334－349)．東洋館．

片桐重雄(2004)．数学的な考え方の具体化と指導-算数・数学科の真の学力向上を目指して．明治図書出版株式会社．

川上公一(2010)．中学校数学科中 1 ギャップを撃退する指導のアイデア．明治図書．

菊池兵一(1974)．統合的．発展的な考え方．
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jjsme/56/3/56_7/_article/-char/ja
（2024.01.22　最終確認）

古藤怜(1954)．算数・数学科における Do Math の指導．東洋館．

文部科学省(2018a)．小学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説算数編．日本文教出版．

文部科学省(2018b)．中学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説数学編．日本文教出版．

長崎栄三・滝井章(2007)．算数の力-数学的な考え方を乗り越えて-．東洋館出版社．

中原忠男(1998)．算数･数学教育における構成的アプローチの研究．聖文社（原著出版 1995 年）．

中島健三(2015)．算数･数学教育と数学的な考え方：その進展のための考察(復刻版)．東洋館出版社．(原著出版 1982 年)．

Polya.G. ・柿内賢信(訳)(1954)．いかにして問題をとくか．丸善出版．

相馬一彦(2004)．数学科｢問題解決の授業｣．明治図書．

中央教育審議会(2014)．子供の発達や学習者の意欲・能力等に応じた柔軟かつ効果的な教育システムの構築について(答申)．
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1354193.htm
(最終確認 2024/1/25)

吉井寛晃(1996)．数学学習における反省的思考に関する考察－問題解決スキーマの構成を促進する対応付けについて－．全国数学教育学会誌数学教育学研究第 2 巻．pp. 101-107.
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jasme/2/0/2_KJ00008199202/_article/-char/ja
(2024/01/22 最終確認)