ICT を用いた発見的推論に関する研究

自然科学系教育サブプログラム＜算数・数学＞

横田　康樹

【指導教員】　二宮　裕之　　飛田　明彦　　松原　和樹
【キーワード】 ICT　発見的推論　アブダクション

１．はじめに

近年, 急速な情報技術の発達により, 私たちの生活の多くの場面でデジタル化が進んでいる．それは学校でも例外でなく, 2019 年 12 月に発表された GIGA スクール構想や新たな社会である Society5.0 の社会を生き抜いていく子どもたちを育てていくために，学校教育においても ICT 機器などのテクノロジーを活用していくことが求められている．実際, 小・中学校では一人一台端末や高速ネットワークの整備が進み，授業中も机の上には ICT 端末のみという光景が珍しくない. しかし，高等学校においては，高速ネットワークの整備は進みつつあるものの，生徒が自由に ICT 端末を用いて学ぶことのできる環境が整っているとはいえない．それでも, 埼玉県の高等学校では, 今年度入学する生徒から一人一台端末を推奨しているため，学習のための道具として ICT を活用していくための環境が整いつつある.

授業内での ICT 活用の現状として，小・中学校では「ミライシード」や「スクールタクト」といったものを活用した授業がある. これらの活用によって，授業資料や児童・生徒の考えを簡単に共有することができるようになり，情報の共有が速いという ICT の利点を生かした授業になっている. 生徒も慣れた手つきで ICT を操作して学習を進めており，ICT が学習のために必要な道具になっているように感じた. また，高等学校における活用について私が実習を行った高等学校を例に挙げると，プロジェクターによる授業資料の提示や授業の感想等を google フォーム内で集めるといったことがあった. これらの活用でも, 板書の時間の短縮や生徒の意見をまとめやすいといった利点はある. しかし，小・中学校のような，学習のための ICT 活用の視点で考えると，生徒の学習のための活用ができているかといえばそうではないように思う.

小・中学校では ICT を学習の道具として活用することで望ましい数学的活動を展開させる授業事例がいくつも提案されている。そのように学習してきた子どもたちが高等学校に入学してくる. そのため，高等学校でも，ICT を学びの道具の１つとして授業内で活用することで、より望ましい数学的活動を促していくことのできる活用方法を考えていくことが必要になる.

授業内における ICT の活用として，今回は発見的推論としての「アブダクション（仮説形成）」に着目した. 数学で用いられる推論といえば, 帰納的推論, 演繹的推論があげられる. 今回はその二つと，アブダクション（仮説形成）の相違点を考え，数学での活用方法について ICT を取り入れた視点を通して考察していく.

２．アブダクションと他の推論の違い

アブダクションと帰納的推論, 演繹的推論, の違いについて，そのそれぞれの推論の特徴と数学での扱われ方をまとめたうえで考察していく.

(1) 帰納的推論

帰納的推論とは，実験や観察によって得られた複数の事象における共通した情報から一般的な法則や理論を導き出す推論である．具体的な例を挙げると，

事象１	A 町で見たカラスはごみ置き場を漁っていた
事象２	B 町で見たカラスはごみ置き場を漁っていた
事象３	C 町で見たカラスはごみ置き場を漁っていた
結論	カラスはごみ置き場を漁る

という推論形式となる. ここで注意すべきことは, 帰納的推論によって得られた結論は必ずしも正しいとは言えないということである. 今回の例で考えると, D 町にいるカラスはごみ置き場を漁らないかもしれない. そうなった場合, カラスはごみ置き場を漁るという結論は修正が必要となる.

帰納的推論の数学での扱われ方としては，数学的帰納法が挙げられる. 数学的帰納法とは，「任意の自然数 n に対して，～が成り立つことを示せ」という問題に有効なことが多い証明方法である．具体的な証明方法としては,

①n=1 のときに成り立つことを示す.
②**n=k** のときに成り立つと仮定すると，n=k+1 のときに成り立つことを示す.

という流れになる. 上記のカラスの事象の際に, 帰納的推論によって得られた結論は必ずしも正しいとは言えない，と述べた. しかし, 数学的帰納法は結果として「～が成り立つ」ということを示すことができる．これは，数学的帰納法が「任意の自然数 n」に対しての事象を示すことができているからである. よく, 数学的帰納法を直観的に理解するための例えとして「ドミノ倒し」が用いられる．上記の①を「１個目のドミノを倒す」とすると，②は「k 番目のドミノが倒れると, k+1 番目のドミノも倒れる」ということを示していることになる．この①，②が証明できると，

事象１　１個目のドミノが倒れる

事象2　1個目のドミノが倒れると，2個目のドミノも倒れる
事象3　2個目のドミノが倒れると，3個目のドミノも倒れる
事象4　3個目のドミノが倒れると，4個目のドミノも倒れる
事象5…………

というようにドミノのすべての個数について続いていく．すべての事象を考えることができれば，その事象同士の共通した情報から得た情報は正しいものであると考えることができる．カラスの例を数学的帰納法の形式で考えると，世界中にいるすべてのカラスについて「ごみ置き場を漁る」という事象が確認できれば，結論として出た「カラスはごみ置き場を漁る」というのも正しいということになると考える．

ここからは数学的帰納法ではなく，数学の内容を考える際に帰納的推論を用いていくことについて考える．Polya（1959）は，帰納的な手続きについて，「暗示的接触」と「指示的接触」があると述べている．

「暗示的接触」について述べる際の簡単な例として次のことを挙げている．

・　$3+7=10$
・　$3+17=20$
・　$13+17=30$

この 3 つの事象において得られる共通点は，「奇数の素数同士の足し算をしている」ことと，「答えが偶数になっている」ことである．ここから「二つの奇数の素数の和は必ず偶数になる」ということが思い当たる．ここで，「他の偶数についてはどうか？」や，「他の奇数の素数の組み合わせはどうか？」について考えると，

・$3+3=6$
・$3+5=8$
・$3+7=5+5=10$
・$5+7=12$
・$3+11=7+7=14$
・$3+13=5+11=16$

となる．Polya（1959）は，「いま見た特別な場合は，次のような一般的命題を暗示する：4 より大きな任意の偶数は二つの奇数の素数の和である．」と述べている．また，Polya（1959）はこの命題について，偶数の中でも 2 と 4 は二つの奇数の素数に分けることのできない例外の場合であるので，その場合のことを考えて，命題をより学問的に洗練された述べ方にすると，「素数でもなく素数の平方でもない任意の偶数は二つの奇数の素数の和である．」となるとも述べている．このことより，初めに示した３つの奇数の素数同士の和の計算結果から，一般命題を推測するに至った．Polya（1959）は，この推測について，「この推測は機能によって発見された．すなわち，それは観察によって暗示され，特別な二三の実例によって支持されたのである．」と述べている．そして，ここまでの推理の中で行われた帰納的手続きの典型とみられるような段階として，

①ある類似に気づく
②一般化する

ということを挙げている．最後に，ここまでの機能的な推論について「このようにして明瞭に組み立てられた一つの一般命題に達したのであるが，それは，しかし，単に一つの推測であり，暫定的なものに過ぎない．」（Polya，1959）と述べている．

次に，「支持的接触」についてである．「支持的接触」とは，「暗示的接触」で得られた推測に対して検定をすることで，その推測に対して信頼性を増すような働きかけをすることである．ゴールドバッハ予想（すべての 2 より大きな偶数は 2 つの素数の和として表すことができる．）を例にとり，数 40 について考えてみる．

・$3+37=17+23=40$

数 40 はこのように二つの素数の和に分解することができる．この検定によってゴールドバッハ予想が証明されるほどの決定的な結論に達することはできない．しかし，この検定はゴールドバッハ予想という推測の信頼性を増すことができる．Polya（1959）は，「我々は収集した観察を検査すべきであり，それらを比較し組み合わせるべきである．それらの背後にかくされているかもしれないなんらかの手がかりを探求すべきである．（中略）推測を構成した以前のものとその後に来たものと．前者は水素億を暗示したものであり，後者はそれを支持したものである．これらのどちらも，推測と「事実」との間のある種の接触を与える．」と述べている．

以上のことをまとめると，帰納的手続きのながれにについて，

①いくつかの事象がある
②ある類似に気づく
③類似に関係する別の事象を考える
④一般的命題（推測）を得る
⑤推測を確かめる（検定する）

であるとまとめることができる．つまり，数学の授業において帰納的な考えを引き起こす活動を行いたい場合にも，この流れが生まれるような教材を考えていくことが必要だということである．

(2)　演繹的推論

演繹的推論とは，一般的な前提から，より具体的な結論を導く推論である．演繹的推論とは次のような形式である．

前提 1　鳥は卵を産む（大前提）
前提 2　鶏は鳥である（小前提）

結論	よって，鶏は卵を産む

前提1として，一般的な前提（大前提）である「鳥は卵を産む」というものがある．そして前提1より具体的な前提2である「鶏は鳥である」を用いて，「鶏は卵を生む」という具体的な結論を導き出している．演繹法には，この例のような，前提が真であれば結論も真であるような「正当な演繹法」と，前提が真であっても結論が真とは限らない「後件肯定の演繹法」がある．後件肯定の演繹法として，赤川（2011）は，以下の例を示した．

前提1	ソクラテスは死ぬ（A）
前提 2	ソクラテスが人間であれば、ソクラテスは死ぬ（B ならば A）
結論	ソクラテスは人間である（B）

この後件肯定の演繹法では，前提は事実と合致する点で正しいが，結論は必ずしも正しいとは言えない．仮に，飼い犬につけられた名前がソクラテスであったとすると，結論の正しさは損なわれる．これについて，赤川（2011）は、「後件肯定の演繹法では、前提が正しいのにもかかわらず、結果的に間違った結論を導き出すことは少なくない」と述べている．

演繹的推論の数学での活用場面を考えると，文章問題がある．例えば，「三角形について，二つの角度が 30°と 40°とわかっている．残りの角度を求めよ．」という問題があるとする．この時，前提は「二つの角度が 30°と 40°」である．そして，計算によって残りの角度が 110°であると分かる．これを正しい演繹法の推論で表すと，

前提1	二つの角度が 30°と 40°
結論	よって，残りの角度が 110°

となる．しかし，これでは正しい演繹法の推論の形になっていない．この問題考えるとき，私たちは無意識に，「三角形の内角の和は 180°」という前提を用いている．このことを踏まえて書き直すと，

前提1	三角形の内角の和は 180°（大前提）
前提2	二つの角度が 30°と 40°（小前提）
結論	よって，残りの角度が 110°

となる．

⑶ アブダクション（仮説形成）

アブダクションは，パースが提唱した推論であり，帰納的推論と同様の蓋然的な推論形式のカテゴリーに含まれるものである．赤川（2011）は，アブダクションという推論の特徴を理解するためには実例から入るのが良いとして以下の例文を挙げている．

> ①「私がトルコのある地方の港町で船から降りて、訪れようとした家のほうへ歩いていると、馬に乗ったひとりの人物の頭上を４人もの騎手が天蓋で蔽いながら通り過ぎて行くのに出会ったことがある。そこで、わたしは、これほど重んじられた人となると、この地方の知事のほかに考えられないので、その人は、きっとこの地方の知事に違いないと推論した。これは、ひとつの仮説である。」
> ②「化石が発見される。それは、例えば魚の化石のようなもので、しかも陸地のずっと内側で見つかったとしよう。この現象を説明するために、われわれは、この一帯の陸地がかつて海であったに違いないと考える。これも、ひとつの仮説である。」
> ③「無数の文書や遺跡がナポレオン・ボナパルトという名前の支配者に関連している。われわれは、その人を見たことはない。だが、その人物が実在の人であったと考えなければ、われわれがみたもの、つまり、それらすべての文書や遺跡を説明づけることはできない。これもまた仮説である。」

赤川（2011）は，これらの例に共通する重要な特徴は，「ある前提となる観察事実によって、結果的に、その事実を説明づけるような仮説（hypothesis）が結論として導き出されているという点である．」と述べている．この例の場合，①これほど重んじられた人，②魚の化石のようなものが陸地のずっと内側で発見されたこと，③無数の〜関連しているが観察事実で，①きっとこの地方の知事に違いない，②この一帯の陸地がかつて海であったに違いない，③ナポレオン・ボナパルトという人物は実在している，ということが仮説となる．加えて，赤川（2011）は，仮説についての重要な特徴を述べていた．それらの特徴をまとめると，以下のようになる．

> ①仮説とは、観察事実そのものやその単なる集積ではなく、観察事実が生じる理由を説明づけるものである。（中略）いずれの仮説も、その前提となる観察事実から導き出されたものではある。だが、これらの仮説の内容は、観察事実そのものでもなければ、その集積でもない。いずれも、観察事実がなぜ生じるのかという疑念に対する答えとなるような内容を持っている。
> ②仮説とは、必ずしも正しい説明づけではなく、事実と合致しないという点で誤った説明づけにすぎないという可能性を持っている。
> ③仮説の中には、事実によって直接的に、その正しさを確かめることのできないような仮説もしばしば存在する。

先に挙げた例文でこの 3 つの性質を確かめてみると，①については，先にまとめた前提となる観測事実と導き出された仮説をみれば，その仮説が観測事実を説明づけるものになっていることがわかる．②については，１番目の例で考えると，「その人はこの地方の知事に違いない」といった内容は，実際に事実を確かめてみると，その人が「この国の大臣」であるとか「別の国から視察に来ている，身分の高い人」のようにただの思い込みであった場合も十分に考えられ

る．③については，２番目の例の「この一帯の陸地はかつて海であった」とか，３番目の例の「その人物（ナポレオン）は実在の人であった」という仮説もまた直接的に確かめることは不可能である．このような仮説についての 3 つの特徴は，アブダクションという推論から生み出される結論にもすべて含まれていることがわかる．

次に，赤川（2011）はアブダクションの推論形式についてまとめている．アブダクションの推論形式を考える前に述べていたのが，（2）で述べた後件肯定の演繹法についてである．後件肯定の演繹法の例のように，アブダクションの3つの例のうちの，2 番目のものを用いてアブダクションの推論形式を考えていくと次のようになる．

前提１　陸地のずっと内側で魚の化石が発見される（A）
結論　この一帯の陸地はかつて海であったに違いない（B）

これをみると，A という前提から B という異なった内容の結論が導き出されている．そして，この例を後件肯定の演繹法に当てはめると次のようになる．

前提１　陸地のずっと内側で魚の化石が発見される（A）
前提 2　この一帯の陸地がかつて海であったに違いないとしたら，陸地のずっと内側で魚の化石が発見される
結論　この一帯はかつて海であったに違いない

この例について赤川（2011）は「この後件肯定の演繹法の推論形式は、間違った結論を導き出す可能性があるという点においては、アブダクションと同じ特徴をもっている．だが、少なくとも、この推論は、気まぐれな結論をランダムに吐き散らすようなものではない．なぜならば、この後件肯定の演繹法では、結論（B）を導き出すための材料はすでに与えられているからである．」と述べている．ここで重要となるのは前提 2 である．観察事実によって明らかになっている前提は前提 1 のみであり，前提 2 は観察されていない．赤川（2011）は，この前提 2 を，その人の持つ知識としている．しかし，人 1 人が持つ知識の量はかなり膨大であるため，的確に，前提 1 に合った知識にたどり着けるわけではない．赤川（2011）は，「こうして考えてみると，アブダクションという推論は，実際のところかなり複雑で，場合によっては複数の推論から成り立っていることも考えられる」述べている．

仮説が導き出されるその瞬間においての，アブダクションの推論形式を明確化することは非常に難しいとしたうえで，赤川（2011）は、アブダクションの推論形式について「仮説が導き出されるような推論のプロセスが明確なものでない以上、アブダクションの推論形式とは、次のようなものとして表現せざるをえない．」と述べ，次のような推論形式を表現している．

前提１　陸地のずっと内側で魚の化石が発見される（A）
前提 2　『この一帯の陸地がかつて海であったに違いないとしたら、陸地のずっと内側で魚の化石が発見される（B ならば A）』
結論　この一帯の陸地はかつて海であったに違いない（B）

この推論形式であきらかにされている前提は前提 1 のみである．しかし，この推論形式でもわかるが，私たちが結論を導き出すために必要な前提は観察事実のみではない．私たちの過去の経験やすでに習得済みの知識も暗黙的な前提として活用していることがある．この推論形式の前提 2 は，そのようにもともと獲得している知識である．つまり，アブダクションとは，観察事実とすでに獲得している知識を用いて仮説を導くような推論であり，その仮説とは，観察事実がなぜ起こるのかという問いに対する答えとなるような内容を含んでいるものであるといえる．

加えて，アブダクションにおいて重要となることが，「驚くべき事実」の存在である．ここまでで，アブダクションが仮説を作る推論であることを説明し，その仮説を作り出すためには，観察事実が必要であることも述べた．その観察事実が，驚くべき事実である必要があるのである．驚くべき事実を知ることで，その事実について納得のできる説明を探していく．この流れがアブダクションでもあり，納得のできる説明が，仮説となるのである．

⑷ アブダクションと他の推論について

ここでは，アブダクションと他の推論の違いについてまとめる．

アブダクションと帰納的推論の違いについて，赤川（2011）は，「アブダクションとは、たとえ観察事実がたったひとつしか存在しなかったとしても、その観察事実が疑念を生じさせるのに十分なものであるならば、その生み出された疑念をなんとか解決しようとする積極的な思考の働きが確かに存在するような推論である．これに対して、単純枚挙的な帰納法とは、さながら、いかなる事前的な知識ももたないような無垢な知性によって、複数の観察事実をただ単純に取りまとめることによって、素直に結論を導き出すようなタイプの推論だといえる．」とまとめている．つまり，帰納的推論で得られる結論は単なる観察事実の集積であり，アブダクションで得られる結論は観察事実がなぜ生じるかの疑念になるということである．

演繹的推論とアブダクションの違いについて，後件肯定の演繹法の推論形式がアブダクションの推論形式と関係していることは（3）で示した通りである．違いとしては，前提が単なる観測事実ではなく，もともと持っている知識であるかどうかという点である．

ここまで，アブダクションとそれぞれの推論を個別に比較してきたが，赤川（2011）は，帰納的推論，演繹的推論，アブダクションについては組み合わせることで科学的な探究のプロセスを満たすとしている．ここでの科学的な探求プロセスとは，赤川（2011）が述べている「仮説構築」，「仮説から観察可能な事実を演繹的に導き出す段階」，「仮説検証」の三段階である．赤川（2011）は，アブダクションによって観察事実から，その観察事実がなぜ生じるかについて

の仮説を構築し，その仮説から観察可能な事実を演繹的に導き出す際に演繹的推論を用いて，導き出された観察可能な事実によって，帰納的推論を用いた仮説検証が行えるとしている．よって，これらの推論を数学の授業で活用していく際の教材研究では，個別な推論としてだけでなく，それぞれの推論を組み合わせた探究活動を考えていくことも可能であるということである．

３．ICT を用いた授業実践

これらの数学的推論の生起を前提として，今年度の実地研究において，ICT を用いた操作的な活動を行う授業を，高等学校第 2 学年「数学II　指数関数」の単元において行った．

⑴ 題材

本実践では，数学の授業において ICT を活用した操作的活動があり，さらに性質や定理の発見ができる授業が求められる．そこで，比較的 ICT の利用がしやすい図形・関数領域に注目し，比較的 ICT 操作の簡単な関数領域の「指数関数のグラフの特徴を考える」という内容を題材に選択した．ICT 操作の簡単さを選択した理由としては，普段の授業の ICT 活用レベルがあまり高くないことが挙げられる．生徒自身が授業中に ICT 機器を操作することに慣れていないため，あまり複雑な操作のない題材を選択した．

⑶ 授業実践

授業実践は，埼玉県北部の公立高校において，令和 5 年 5 月 13 日（土）に実施した．授業実践の対象は，第 2 学年の生徒 39 名である．なお，対象である生徒はこれまでに指数関数のグラフを扱った授業を受けたことはない．前時までの授業で，指数の計算方法や累乗根についての指導を行っている．本実践の対象学級は，学力は平均的であるが理数科の生徒であるため理系科目に強い関心を持っている生徒が多く，比較的発言も活発な生徒が多い学級である．授業は，クラスの生徒を 3～5 人のグループに分けて，それぞれのグループに Chromebook を貸し出すという形式で行った．Chromebook で GeoGebra をひらき，発見の活動の際に活用した．調べたことや気が付いたことを記録するためにワークシートを作成し活用した．ワークシートは授業後に回収した．

①グラフの書き方を学ぶ場面

授業の導入場面では，指数関数について「$a>0, a\neq 1$のとき，$y=a^x$で表される関数を，aを底とする指数関数という．」という説明を行った．その後，グラフの書き方について指導した．本時が「指数関数とそのグラフ」の第 1 時目であったので，はじめに，$y=2^x$についての対応表を用いて，それぞれのxの値に対応する2^xの値をまとめた．

表１　$y=2^x$の対応表

x	…	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	…
2^x	…	0.50	0.71	1	1.41	2	…

この表 1 の値を確認しながら，各々がワークシートの罫線上に指数関数のグラフを作成した．なお，生徒にグラフを描かせる際に曲線になるとか，$y=0$（x 軸）には交わらない等の指導はしていない．

②グラフの性質を見つける場面

この場面では，まず，GeoGebra を用いて$y=2^x$のグラフを描くことで自分の書いたグラフと比較する活動を行った．その後，それぞれのグループで Chromebook を操作し，$y=a^x$のaの部分の数字を好きなように変えることで様々な指数関数のグラフを描き，それらを比較することで指数関数のグラフの性質を見つけるという活動を行った．ワークシートには，基本的には自分たちで見つけた性質や気づいたことを記録しておけるスペースを作成したが，指数関数の定義域と値域のみ，こちらから問う形でワークシートに記した．

③見つけた性質を共有する場面

この場面では，それぞれのグループが見つけた性質をほかのグループに共有する活動を行った．共有に際しては，Jamboard を使用した．しかし，生徒たちは初めて Jamboard を使うので操作に慣れていないことと，②の活動に時間をとりすぎてしまったことでこの共有の時間があまりとれなかった．共有する活動と，指数関数のグラフの性質をまとめる授業はこの次の授業で行うことにした．結果として，この場面ではほか他グループの見つけた性質を聞き，それをできる限り実践してみるという活動となった．授業の最後に感想を生徒らに記入させ，授業後にワークシートを回収した．

４．授業の分析と考察

本章では，授業実践において行った「指数関数のグラフの性質を見つけよう」という活動について，どのような推論が使用されていたのかを考察し，また，それぞれの推論を活用していける場面と，そこに ICT をどのようにかかわらせることができるのかについて考察するとともに，実践とは別の単元での授業を考え，その単元でどのような活用ができそうかについても考察する．ここで，出寺（他，1996）が示した「生徒が，既習事項を使ったり，操作的活動（コンピュータの図形ソフトの利用を含む）を通し，基本的な定理や性質などを自分で発見し，それらの理解・定着をはかる学習」という発見学習の定義を用いると，今回の活動も発見学習になっていると考えられる．よって，ここでは発見的推論が利用されているのではないかと考え，今回の活動におけるアブダクションや他の二つの推論について考察した．

⑴ 実践した授業の分析

まず，今回の活動は ICT 上で多くのグラフを描くことから始まった．各グループでそれぞれの ICT 端末を用いてグラフを描き，その結果をもとにグラフの特徴を発見していた．複数の観察事実（前提）からその共通点を導き出し，それを性質という形で一般化することには帰納的推論が関わっているといえる．

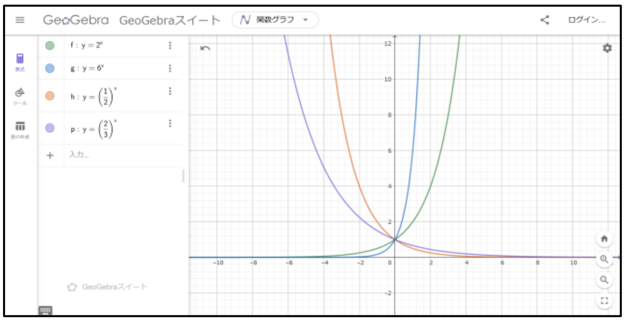

図 1　指数関数を描きこんだ端末の画面

生徒の画面を見ると，図 3 のような画面になっていた．ここで帰納的推論を用いると，4 本のグラフという複数の観察事実から，点（0,1）を通るという共通した部分を見つけ出し，「指数関数は x=0 のとき y=1」結論を導き出すことができる．

図 2　実際の生徒の記述①

生徒が記述したその他の記述についても，大部分は帰納的推論を用いて結論が導き出せるものであった．

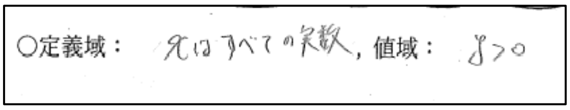

図 3　実際の生徒の記述②

図 4　実際の生徒の記述③

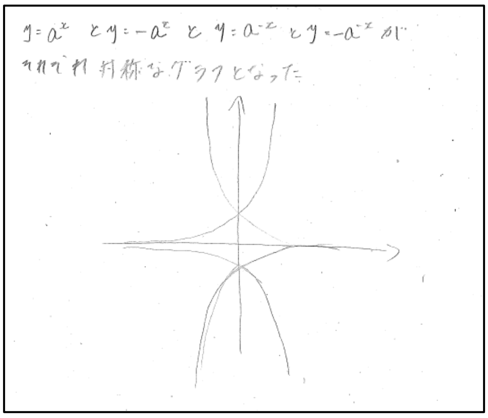

図 5　実際の生徒の記述④

図 5 について，今回生徒に示した指数関数は$y = a^x (0 < a, a \neq 1)$であるが，$y = -a^x$について考えたようである．図 7 の生徒がどのように思って$y = -a^x$としたかは定かではないが，他の生徒の記述から，aに負の数を代入した生徒が多いことが分かった．このように考えた生徒たちがどのように推論したかを考えてみる．まず，結論は「aが負の数でもグラフは書くことができる」だとする．前提としてある観察事実は，「aが正の数の時にグラフを描くことができた」である．ここで，生徒たちが同じようなグラフとして，1 次関数や 2 次関数のグラフを想像したとする．それらのグラフはaが正の数でも負の数でもグラフを描くことができる．すると，グラフに対しての前提として「グラフであるならば，aが正の数でも負の数でもグラフを描くことができる．」ということが導かれる．これらのことを推論形式にまとめると，

前提 1　グラフであるならば，aが正の数でも負の数でもグラフを描くことができる
前提 2　$y = a^x$は aが正の数の時にグラフを描くことができた
結論　$y = a^x$はaが負の数でもグラフは書くことができる

とできる．これは，2 章の推論の中だと，演繹法に近い推論形式であると考える．今回は前提 1 が正しくないので，結論も正しくなっていない．

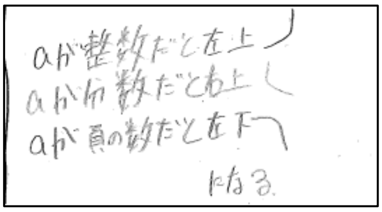

図 6　aに負の数を代入したことがわかる生徒の記述

全体的な感想としては，ICT を用いることで「グラフを描く」ということについての意識を減らし，よりグラフの形について注目することができたということや，GeoGebra を用いていろいろなグラフを見ることができてよかったというものが多い傾向であった．

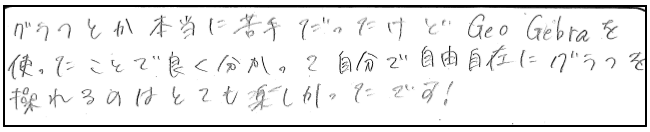

図 7　実際の生徒の感想

また，授業全体を通して，推論を行うための観察事実を得る方法として ICT を活用することで，手書きよりも早くグラフを描けたり，描いたグラフをまとめることができたり，画面を操作することで細かい部分までグラフを調べることができたりといった利点があった．欠点としては，操作そのものが難しいと感じる生徒があまりうまく情報を集められていなかったり，数人で一台であったために個人個人が調べたいグラフを全て調べることができていたわけではなかったことが挙げられる．

(2)　考察

今回の授業分析では，結論の有無や真偽の違いはあったが，帰納的推論，演繹的推論の 2 つの推論形式を生徒たち

が活用していたであろうことを考察することができた．よってここでは，どのようにすればアブダクションの推論を生徒が利用できるようになるかを考察していく．

アブダクションの推論形式を振り返ると，その特徴は後件肯定の演繹法に似ているということがあった．よって，今回，演繹的推論に似た推論方法を行っていた，「aが負の数でもグラフを描くことができるはずだ」ということに注目していく．先に記したアブダクションの推論形式を結論から逆算しながら考えていくと，「aが負の数でもグラフを描くことができるはずだ」という部分は結論（仮説）に当たる．そして，その場で観察されていない観察事実としては，「aが負の数でもグラフを描くことができるとすれば，$y = a^x$はaが正の数でも負の数でもグラフを描くことができるので，比例の式($y = ax$)や二次関数（$y = ax^2 + bx + c$）と同じ特徴を持つ」のではないかと考える．すると，観察事実としては，「$y = a^x$はaが正の数でも負の数でもグラフを描くことができるので，比例の式($y = ax$)や二次関数（$y = ax^2 + bx + c$）と同じ特徴を持つ」となる．まとめると，

前提 1　$y = a^x$は今まで学習したグラフと同じ特徴を持つ（観察事実）
前提２『aが正の数でも負の数でもグラフを描くことができるので，比例の式($y = ax$)や二次関数（$y = ax^2 + bx + c$）と同じ特徴を持つ』（実際には観察されていない観察事実）
結論　aが負の数でもグラフを描くことができるはずだ（仮説）

となる．実際，前提 1 の観察事実については，ICT を用いて$y = a^x(0 < a, a \neq 1)$の範囲内で数字を代入していくことで今までのグラフと同じようにグラフを描くことができることを確認でき，この観察事実を得るのに十分な量のグラフを作成することができる．よって，この推論形式は十分に起こりうるものである．

さらに，これは探求プロセスの「仮説構築」の段階であるので，この仮説を検証するとなると「式に値を代入すればグラフが書けるかどうかわかる」という，「仮説から観察可能な事実を演繹的に導き出す段階」を経て，実際に ICT を用いて多くのパターンを式に代入して多くの観察事実を得ることによって帰納的推論を用いた「仮説検証」によって結論を導き出すことができる．

つまり，「aに負の数を当てはめるとどうなるか」を生徒が疑問に持つような活動を取り入れて，さらに ICT を用いて多くの観察事象が集められるようにすることで，アブダクションによる仮説の発見が起きる授業を行うことができ，さらにそこから演繹的推論，帰納的推論を用いた探究活動にもつなげていくことができるのである．

⑶ 別単元の授業の考察

実践した授業とは別の単元の授業として，数学II「図形と方程式」の単元における授業を考える．この単元を選んだ理由としては，先に実践したのが関数領域であったのに対し，関数領域と同じくらい ICT の活用を行いやすい図形領域で何かしら活用ができないかと考えたことがある．また，この単元の授業を行った際，方程式から図形を考える授業で，$x^2 + y^2 = 4$等の式を見せながら「これはどんな形かな？」という質問をしたところ，生徒は「２乗されているから直線ではないはずだ！」といったような予想を立てながら考えていた．この単元で何かしらの推論を行うことができるのではないだろうかと考えた．

ここで，先の問題について考えてみる．前提としてあるのは，$x^2 + y^2 = 4$の式のみである．そして，この関数の形を考える際に，前提とする知識がある．それが，今まで学んだ関数の形である．「今まで学んだ関数」の知識は，$x^2 + y^2 = 4$の式よりも一般的な知識であるので，より大きな前提と言える．このことを推論形式としてまとめると，

前提１　今までの関数の知識（大前提）
前提２　$x^2 + y^2 = 4$（小前提）
結論　この式は直線ではなく曲線である

となる．これは正当な演繹法の推論形式である．

他に考えることのできる推論としては，帰納的推論がある．帰納的推論とは，複数の事象を集め，それらの事象の共通点をもとに結論を導く推論である．それをこの単元で活用するために考えた活動は，「図形から式を考える」という活動である．GeoGebra を用いて図形を描くと，その図形の式をすぐに得ることができる．そのシステムを用いて，様々な図形を描いてもらい，その図形から得られる特徴をまとめることで円や楕円の式の特徴を学ぶという活動ができるのではないかと考える．しかし、どのような図形でも作成してよいとすると，円や楕円のみでなく四角や三角のような角形もつくる生徒が出てきてしまう．もちろん，それらの図形の式を考えるのも面白い活動であると思うが，あまり広げすぎてしまうと，そもそも円や楕円といった形に触れない生徒が出てきてしまう．それでも良いという考えの際は，円や楕円の式を扱うためのフォローをしっかり行うことが大切である．

最後に，「図形と方程式」の単元におけるアブダクションについて考えてみる．アブダクションは，観察事実と，自身の前提となる知識をあわせて，観察事象がなぜ起きるのかという疑念を説明できる結論を導き出す．「図形と方程式」の単元の中の，円の方程式の基本形の特徴について考えてみる．「$(x-5)^2 + (y-8)^2 = 13$を GeoGebra に入力すると円が描ける」ということが前提としてあるとすると，もともと持っている円についての知識である，「円は半径と中心を持っている」という内容を用いれば，結論として，「この式には，中心と半径の情報があるはずである」というものが得られる．つまり，

前提１　$(x-5)^2 + (y-8)^2 = 13$を GeoGebra に入力すると円が描ける
前提 2　この式で半径と中心についての情報がわかるのであれば，$(x-5)^2 + (y-8)^2 = 13$は円の方程式であ

ると解釈することができる 結論　この式で，半径と中心の情報がわかる

という推論形式を形成することができる．他にも，

前提１　$(x-5)^2+(y-8)^2=13$をGeoGebraに入力すると円が描ける 前提 2　中心からの距離が等しい点の集まりが円であるので，座標上で三平方の定理を用いてある点（中心）からほかの点（円周上の点）までの距離が等しいことを示していれば，$(x-5)^2+(y-8)^2=13$は円の方程式であると解釈することができる 結論　この式は座標上で三平方の定理を用いてある点（中心）からほかの点（円周上の点）までの距離が等しいことを示しているはずである

という推論形式もある．

また，アブダクションで得た結論（仮説）を検証するために演繹的推論を用いて検証方法を決め，その検証方法を行い，集まった情報に対して帰納的推論を用いて仮説検証していくことができる．ICT は，推論のために情報を集めること，情報を整理すること，仮説検証のための情報をさらに集めることに役立っていると考える．

５．まとめ

本稿では，ICT を数学の授業で活用していく方法として，数学の授業における発見的推論としてのアブダクションについて，帰納的推論や演繹的推論についてもまとめつつ，ICT の視点から考察した．結果として，私が行った ICT を活用した授業について，生徒が推論を行うための観察事実を得る点においては，GeoGebra を用いることで十分な成果を得ることができた．また，帰納的推論を活用した場面が多く，演繹的推論の活用も見られたが，アブダクションの推論はあまり活用されていなかった．改善策としては，仮説を立てられるような観察事実を得ることのできる活動を授業内で行うことがある．例えば，今回扱った授業では，aに負の数を代入するとどうなるかを調べたくなるような活動があるが，それが具体的にどのような活動なのかについてはさらに考察していく必要があると感じた．加えて，関数領域と並んで ICT の活用がしやすい領域である，図形領域についての活用方法も考えた．単元としては「図形と方程式」の単元で，図形から方程式を考える活動，方程式から図形を考える活動の 2 つを考えた．図形から方程式，方程式から図形の双方向の視点を持つことで，演繹的推論，帰納的推論，アブダクションの推論形式を活用することができる．

今後の課題としては，第一に，アブダクションを引き起こす活動についての具体策を考えることが挙げられる．アブダクションは，推論形式を明確にすることが難しい推論方法なので，アブダクションを引き起こすことを目的とした活動を行っても，それが本当にアブダクソションになっているのかは分からない．アブダクションである，という認識で考えたがゆえに，アブダクションであると思ってしまうことも十分に考えられる．そのため，まずは，日常生活等のどのような場面でアブダクションが引き起こされるかを考察し，アブダクションを引き起こしやすい環境を作り上げるようにしていく．また，アブダクションが良く活用されている，マーケティングの実践を参考に，それを取り入れた授業についても考察していく．第二に、授業内でアブダクションを起こす活動を考えたうえで，そこに ICT をどう関わらせていけるかについて考察していく．ICT を使うこと自体が目的にならないように注意しつつ，ICT の特徴を生かした活用を考えていく．ICT の利点の一つとして，記録や検証のしやすさなどから，探究活動を深めることができるということがある．アブダクションは，帰納的推論と演繹的推論と組み合わせることで，探究を進めていくことのできる推論である．これらの推論と ICT は非常に関わりがあると考えられるので，まずは ICT を活用した探究活動を中心に活動を考えていく．第三に，生徒に「驚くべき事実」をどのように感じさせるかということがある．例えば，私が，数学における新しい内容を教えるとして，それが驚くべき事実と捉えられなければ，生徒からアブダクションを引き出すことはできない．生徒がその事実に「驚き」を感じる方法や要因として，発問の仕方と事前知識の準備を考えた．発問の仕方については，例えば探究活動を行うにあたって，生徒が発見した事実に驚くような課題設定を考える必要がある．答えが予想しやすい課題や，検証方法等が分かりにくい課題だと，たとえ何かしらの事実を見つけたとしても，それについての驚きは少ないように感じる．事前知識については，例えば，これから学ぶことについて何も知らないままだと，本来であれば驚くであろうことを知ったとしても，「そうなんだ。」というだけで終わってしまいかねない．これらのことを踏まえて，その授業での「活動」における生徒への発問や課題設定，また，その授業の前の日までに教えておきたいこと等も考えながら，授業や授業における活動を考察していく．

注記及び主な参考文献

Polya(柴垣和三雄訳,1959).『数学における発見はいかになされるか　帰納と類比』.丸善株式会社

和田信哉(2005).「帰納的推論と類比的推論を活かした算数の教授・学習に関する研究」.『数学教育学論究 83』

赤川元昭（2011）．「アブダクションの論理」．『流通科大学論集―流通・経営辺―第 24 巻第 1 号』，115-130

井寺聡・原田伸雄・佐藤志保・竹内瑞枝(1996).「円の学習において発見学習を取り入れた指導に関する研究」.『数学教育学会誌　第 78 巻　第 11 号』